

A dinamikus input-output modell megújuló erőforrásokkal

Dobos Imre

Tallos Péter

Budapesti Corvinus Egyetem, 1093 Budapest, Fővám tér 8.

XXVIII. Magyar Operációkutatási Konferencia, 2009
Balatonőszöd, 2009 június 8-10.

Gondolatmenet

- Megújuló erőforrások és felhasználásuk
- A kibővített dinamikus Leontief-modell
- A rendszer irányíthatósága
- Erőforrás felhasználás az egyensúlyi arányos pályamentén
- Numerikus példa
- Összegzés



Megújuló erőforrások és felhasználásuk

- a gazdasági növekedés és a megújuló erőforrások újratermelődésének kapcsolata,
- a fogyasztás hatása az újratermelődő erőforrásokra,
- mikor merítjük ki az újratermelődő erőforrásainkat.

A kibővített dinamikus Leontief-modell

A dinamikus Leontief-modell:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\dot{x}(t) + c(t)$$

A megújuló erőforrások egyenlete:

$$\dot{N}(t) = \langle g \rangle N(t) - Ex(t)$$

A rendszer irányíthatósága

1. Tétel:

Az előbbi kibővített rendszer akkor és csak akkor irányítható, ha

$$\text{rank } E = m.$$

Erőforrás felhasználás az egyensúlyi arányos pálya mentén

Az egyensúlyi arányos pálya:

$$x(t) = e^{\alpha \cdot t} x_0 \quad c(t) = e^{\alpha \cdot t} c_0$$

Az erőforrások készlete az előbbi pályán:

$$N(t) = e^{\langle g \rangle \cdot t} N_0 - \left(e^{\langle g \rangle \cdot t} - e^{\alpha I_m \cdot t} \right) \cdot \left(\langle g \rangle - \alpha I_m \right)^{-1} \cdot Ex_0(\alpha)$$

ahol

$$x_0(\alpha) = (I_n - A - \alpha B)^{-1} c_0$$

2. Tétel:

- a) $N(t)$ monoton növekvő időben, ha $\alpha \leq \min_{1 \leq i \leq m} \{g_i\}$
- b) $N(t)$ monoton csökkenő α -ban, ha $0 \leq \alpha < \alpha_0$
- c) $N(t)$ monoton csökkenő c_0 -ban.

Numerikus példák

$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.03 & 0.02 \\ 0.05 & 0.02 & 0.04 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

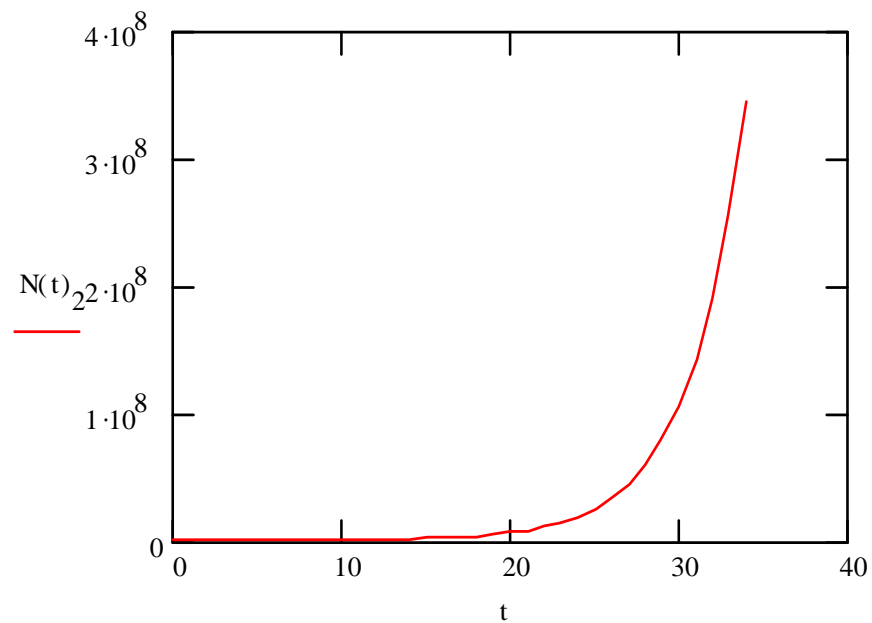
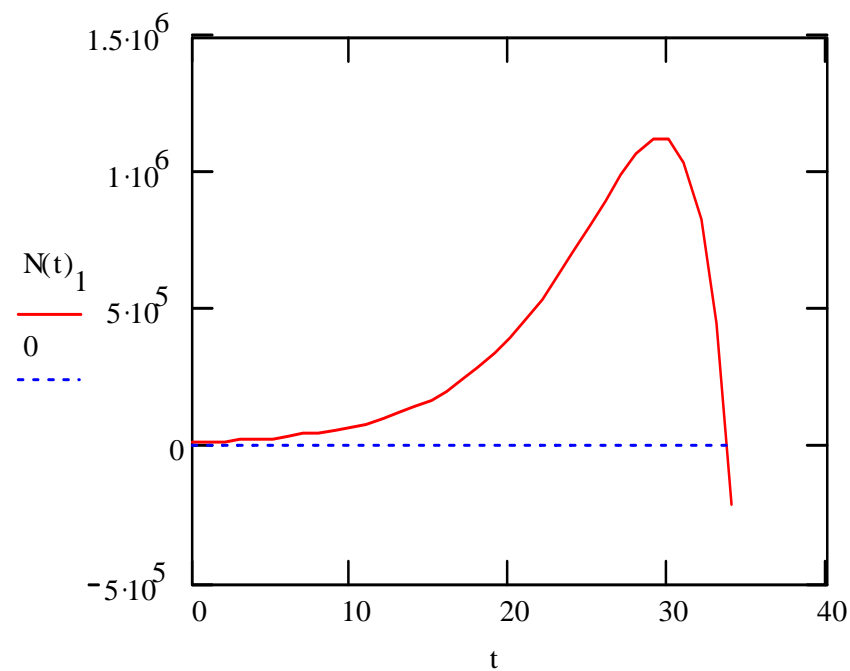
$$E = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_0 = 0.792 \quad \min_{1 \leq i \leq 2} \{g_i\} = 0.2$$

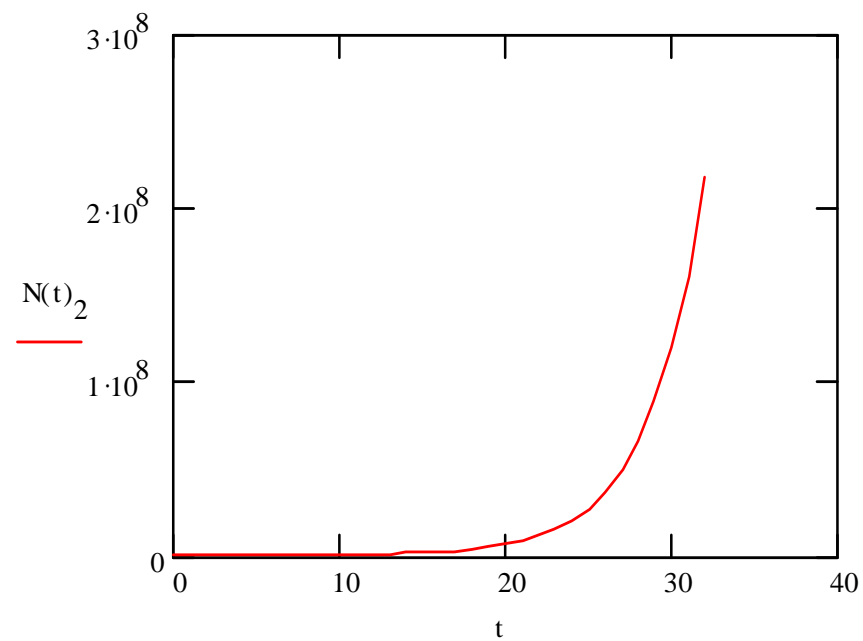
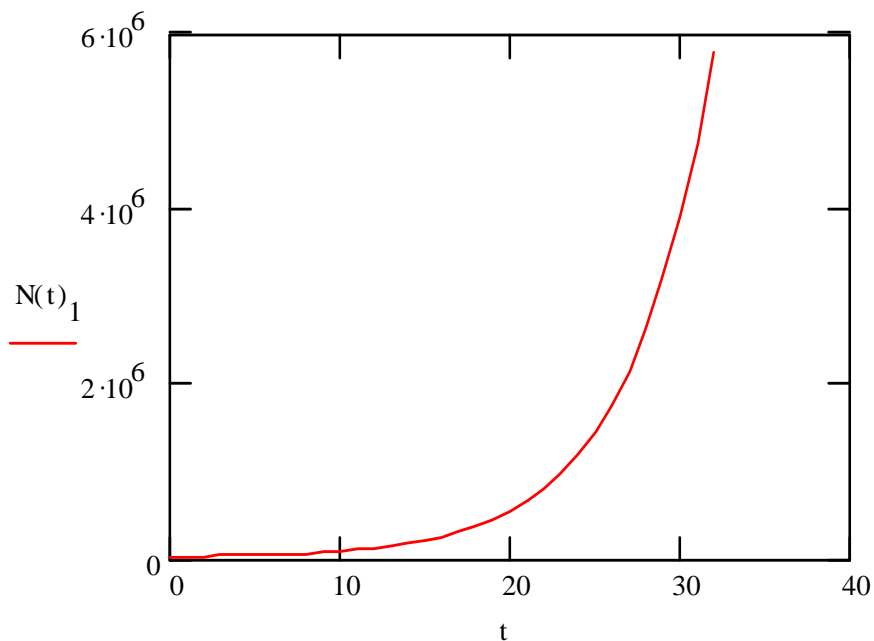
$$c_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$N_0 = \begin{bmatrix} 10,000 \\ 15,000 \end{bmatrix}$$

1. Példa $\alpha = 0.28$



2. Példa $\alpha = 0.1$



Összefoglalás

- A rendszer irányítható, ha teljesül a rangfeltétel, és
 $m < n$.
- A fogyasztás csökkentésével csökken az erőforrások felhasználása és nő a készlete.
- Csökkenő növekedési ráta esetén növekszik az erőforrások készlete.

Köszönöm a figyelmüket!

Dobos Imre, Tallos Péter
Budapesti Corvinus Egyetem

XXVIII. Magyar Operációkutatási Konferencia,
2009 Balatonőszöd, 2009 június 8-10.