

# Valasztókerületek kialakításának normatív vizsgálata

C. Puppe<sup>1</sup>    A. Tasnádi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Közgazdaságtani Tanszék  
Karlsruhe-i Egyetem

<sup>2</sup>Matematika Tanszék  
Budapesti Corvinus Egyetem

2009. június 9.

# Tartalom

- 1 **Bevezetés**
  - Választókerületek kialakításának problémája
  - Kapcsolódó irodalom
- 2 Modellkeret
  - Szabdalási probléma
  - Axiómák
  - Két egyszerű megoldás
  - Kapcsolt földrajzok
- 3 Eredmények
- 4 Záró megjegyzések

# Tartalom

- 1 Bevezetés
  - Választókerületek kialakításának problémája
  - Kapcsolódó irodalom
- 2 Modellkeret
  - Szabdalási probléma
  - Axiómák
  - Két egyszerű megoldás
  - Kapcsolt földrajzok
- 3 Eredmények
- 4 Záró megjegyzések

# Tartalom

- 1 Bevezetés
  - Választókerületek kialakításának problémája
  - Kapcsolódó irodalom
- 2 Modellkeret
  - Szabdalási probléma
  - Axiómák
  - Két egyszerű megoldás
  - Kapcsolt földrajzok
- 3 Eredmények
- 4 Záró megjegyzések

# Tartalom

- 1 Bevezetés
  - Választókerületek kialakításának problémája
  - Kapcsolódó irodalom
- 2 Modellkeret
  - Szabdalási probléma
  - Axiómák
  - Két egyszerű megoldás
  - Kapcsolt földrajzok
- 3 Eredmények
- 4 Záró megjegyzések

# Újrászabdálás és gerrymandering

- *Újrászabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újrászabdálás kedvezhet valamilyen pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újrászabdalásról) beszélünk, ha az újrászabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újrászabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmánysértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újrászabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.

# Újraszabdálás és gerrymandering

- *Újraszabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újraszabdálás kedvezhet valamely pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újraszabdalásról) beszélünk, ha az újraszabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újraszabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmánysértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újraszabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.

# Újraszabdálás és gerrymandering

- *Újraszabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újraszabdálás kedvezhet valamely pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újraszabdalásról) beszélünk, ha az újraszabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újraszabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmányértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újraszabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.



# Újraszabdálás és gerrymandering

- *Újraszabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újraszabdálás kedvezhet valamely pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újraszabdalásról) beszélünk, ha az újraszabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újraszabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmánysértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újraszabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.

# Újraszabdálás és gerrymandering

- *Újraszabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újraszabdálás kedvezhet valamely pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újraszabdalásról) beszélünk, ha az újraszabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újraszabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmánysértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újraszabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.

# Újraszabdálás és gerrymandering

- *Újraszabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újraszabdálás kedvezhet valamely pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újraszabdalásról) beszélünk, ha az újraszabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újraszabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmányértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újraszabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.

# Újraszabdálás és gerrymandering

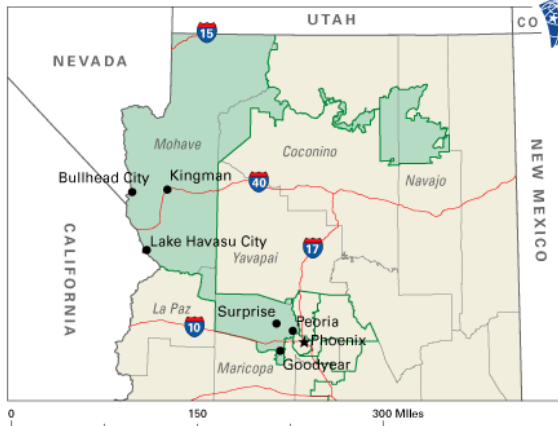
- *Újraszabdálás* szükséges az egyenlő választójog alapelveinek biztosítása érdekében.
- Egy újraszabdálás kedvezhet valamilyen pártnak.
- *Gerrymandering*-ről (pártos újraszabdalásról) beszélünk, ha az újraszabdálás szándékoltan egy pártnak kedvez.

## Gyakorlat:

- Ausztrália: pártfüggetlen bizottság.
- Magyarország: 1990 óta nem történt újraszabdálás (2007. június 30. óta mulasztásos alkotmányértés).
- USA: legtöbb államban a törvényhozás hatáskörébe tartozik és az újraszabdálás a kormányzó által jóváhagyandó.

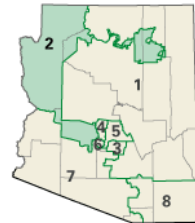
# Példa: Arizona

## Congressional District 2



**2** Congressional District

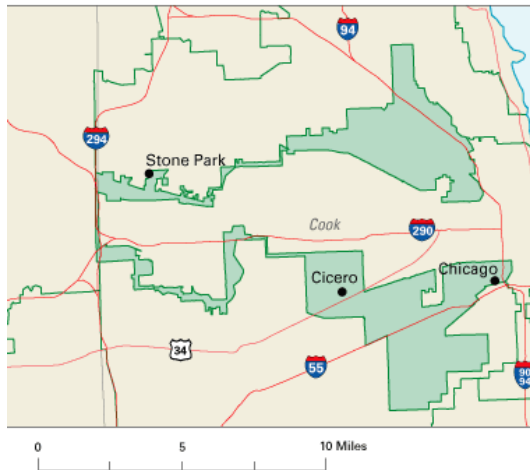
*Mohave* County



Arizona (8 Districts)

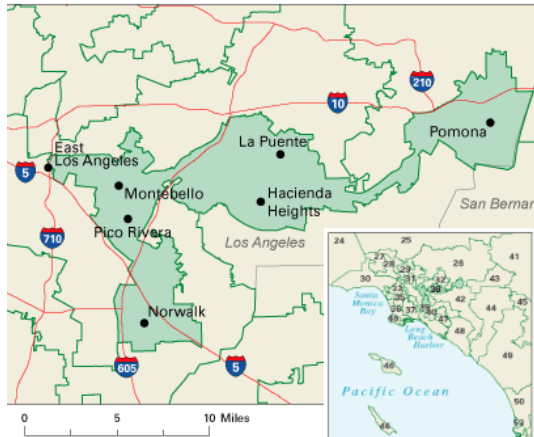
# Példa: Illinois

## Congressional District 4



# Példa: California

## Congressional District 38



# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.



# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktnak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktnak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

# Ex ante torzítatlan újraszabdálás

A választókerületek legyenek

- azonos népességszámúak,
- összefüggőek és
- kompaktak.

Jógi kérdések:

- etnikai gerrymandering,
- egyenlőtlen népességszám,
- összefüggőség,
- máskülönben, nem bizonyítható.

- **Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.**
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).



- **Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.**
- **Számítástudományi:**
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- **Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).**
- **Közgazdaságtan:**
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).



- Jogi: Supreme Court állásfoglalások és azok értelmezései.
- Számítástudományi:
  - Lehetőségek: Vickrey (PolSciQ, 1961), Hess et al. (OpRes, 1965), Garfinkel and Nemhauser (ManSci, 1970);
  - Korlátok: Nagel (Polity, 1972), Altman (RutCompLawTechJ, 1997), Puppe és Tasnádi (MCM, 2008);
  - Gyakorlat: Altman, MacDonald és McDonald (SocSciCompRev, 2005).
- Politikatudomány: Owen és Grofman (PolGeoQ, 1988), Gelman és King (AmPolSciRev, 1994) és Gilligan és Matsusaka (PubChoice, 2006).
- Közgazdaságtan:
  - Társadalmi jólét: Besley és Preston (QJE, 2007) és Coate és Knight (QJE, 2007);
  - Újraszabdalási játékok: Gul és Pesendorfer (2007) és Friedman és Holden (AER, 2008);
  - Képviselő elmélet: Chambers (GEB, 2008 és JET, 2009).

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.

## Definíció

A **szabdalási probléma** a  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  struktúrával adott, ahol

- a szabdalandó terület az  $X \subset \mathbb{R}^2$ ,
- az  $\mathcal{A}$  egy  $X$  feletti  $\sigma$ -algebra,
- az  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu$  mérték megadja a szavazók eloszlását,
- az  $A$  és  $B$  pártok szavazóinak eloszlásai a  $(X, \mathcal{A})$  feletti  $\mu_A$  és  $\mu_B$  mértékek által adottak, ahol  $\mu = \mu_A + \mu_B$ ,
- $t$  a képviselőhelyek száma,
- $G \subseteq \mathcal{A}$  **földrajz**, a megengedett választókerületek halmaza, amelyre  $\mu(g) = \mu(X)/t$ ,  $\mu_A(g) \neq \mu_B(g)$  minden  $g \in G$ -re és  $X$  particionálható  $G$ -beli kerületekkel.



## Definíció

A  $D \subseteq G$  az  $(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  probléma egy **szabdalása**, ha  $D$  particionálja  $X$ -et és  $\#D = t$ .

### Jelölések:

- $\delta_A(D)$  és  $\delta_B(D)$  az  $A$ , illetve  $B$  párt által megnyert választókerületek száma,
- $\mathcal{D}_\Pi$  az összes megengedett szabdalások halmaza és
- $\delta_A(\mathcal{D}) = \{\delta_A(D) : D \in \mathcal{D}\}$  és  $\delta_B(\mathcal{D}) = \{\delta_B(D) : D \in \mathcal{D}\}$  minden  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}_\Pi$ -re.

## Definíció

Az  $F$  **eljárás** minden egyes  $\Pi$  problémához hozzárendeli a kiválasztott szabdalások nem üres halmazát.

## Definíció

A  $D \subseteq G$  az  $(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  probléma egy **szabdalása**, ha  $D$  particionálja  $X$ -et és  $\#D = t$ .

Jelölések:

- $\delta_A(D)$  és  $\delta_B(D)$  az  $A$ , illetve  $B$  párt által megnyert választókerületek száma,
- $\mathcal{D}_\Pi$  az összes megengedett szabdalások halmaza és
- $\delta_A(\mathcal{D}) = \{\delta_A(D) : D \in \mathcal{D}\}$  és  $\delta_B(\mathcal{D}) = \{\delta_B(D) : D \in \mathcal{D}\}$  minden  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}_\Pi$ -re.

## Definíció

Az  $F$  **eljárás** minden egyes  $\Pi$  problémához hozzárendeli a kiválasztott szabdalások nem üres halmazát.

## Definíció

A  $D \subseteq G$  az  $(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  probléma egy **szabdalása**, ha  $D$  particionálja  $X$ -et és  $\#D = t$ .

Jelölések:

- $\delta_A(D)$  és  $\delta_B(D)$  az  $A$ , illetve  $B$  párt által megnyert választóközetek száma,
- $\mathcal{D}_\Pi$  az összes megengedett szabdalások halmaza és
- $\delta_A(\mathcal{D}) = \{\delta_A(D) : D \in \mathcal{D}\}$  és  $\delta_B(\mathcal{D}) = \{\delta_B(D) : D \in \mathcal{D}\}$  minden  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}_\Pi$ -re.

## Definíció

Az  $F$  **eljárás** minden egyes  $\Pi$  problémához hozzárendeli a kiválasztott szabdalások nem üres halmazát.

## Definíció

A  $D \subseteq G$  az  $(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  probléma egy **szabdalása**, ha  $D$  particionálja  $X$ -et és  $\#D = t$ .

Jelölések:

- $\delta_A(D)$  és  $\delta_B(D)$  az  $A$ , illetve  $B$  párt által megnyert választókörizetek száma,
- $\mathcal{D}_\Pi$  az összes megengedett szabdalások halmaza és
- $\delta_A(\mathcal{D}) = \{\delta_A(D) : D \in \mathcal{D}\}$  és  $\delta_B(\mathcal{D}) = \{\delta_B(D) : D \in \mathcal{D}\}$  minden  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}_\Pi$ -re.

## Definíció

Az  $F$  **eljárás** minden egyes  $\Pi$  problémához hozzárendeli a kiválasztott szabdalások nem üres halmazát.

## Definíció

A  $D \subseteq G$  az  $(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  probléma egy **szabdalása**, ha  $D$  particionálja  $X$ -et és  $\#D = t$ .

Jelölések:

- $\delta_A(D)$  és  $\delta_B(D)$  az  $A$ , illetve  $B$  párt által megnyert választókörizetek száma,
- $\mathcal{D}_\Pi$  az összes megengedett szabdalások halmaza és
- $\delta_A(\mathcal{D}) = \{\delta_A(D) : D \in \mathcal{D}\}$  és  $\delta_B(\mathcal{D}) = \{\delta_B(D) : D \in \mathcal{D}\}$  minden  $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}_\Pi$ -re.

## Definíció

Az  $F$  **eljárás** minden egyes  $\Pi$  problémához hozzárendeli a kiválasztott szabdalások nem üres halmazát.

## Definíció

$F$  két választókerület determinisztikus (2VD), ha bármely  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, 2, G)$ -re  $D \in F_\Pi$  és  $\delta_C(D) = 2$ -ből következik  $\delta_C(F_\Pi) = \{2\}$ , ahol  $C \in \{A, B\}$ .

## Definíció

$F$  közömbös (K), ha bármely  $\Pi$ -re  $D \in F_\Pi$ ,  $D' \in \mathcal{D}_\Pi$ ,  $\delta_A(D) = \delta_A(D')$  esetén  $D' \in F_\Pi$  is teljesül.

## Definíció

Ha  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re és az  $X$ -et particionáló  $D = \{g_1, \dots, g_t\} \notin \mathcal{D}_\Pi$ -re  $D \subseteq \mathcal{A}$ ,  $\mathcal{D}_\Pi \cup \{D\} = \mathcal{D}_{\Pi'}$ , ahol  $\Pi' = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G \cup D)$ , és  $\delta_A(D) \in \delta_A(F_\Pi)$  teljesül  $F_\Pi \cup \{D\} = F_{\Pi'}$ , akkor  $F$ -et bővíthetőnek (B) mondjuk.

## Definíció

$F$  két választókerület determinisztikus (2VD), ha bármely  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, 2, G)$ -re  $D \in F_\Pi$  és  $\delta_C(D) = 2$ -ből következik  $\delta_C(F_\Pi) = \{2\}$ , ahol  $C \in \{A, B\}$ .

## Definíció

$F$  közömbös (K), ha bármely  $\Pi$ -re  $D \in F_\Pi$ ,  $D' \in \mathcal{D}_\Pi$ ,  $\delta_A(D) = \delta_A(D')$  esetén  $D' \in F_\Pi$  is teljesül.

## Definíció

Ha  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re és az  $X$ -et particionáló  $D = \{g_1, \dots, g_t\} \notin \mathcal{D}_\Pi$ -re  $D \subseteq \mathcal{A}$ ,  $\mathcal{D}_\Pi \cup \{D\} = \mathcal{D}_{\Pi'}$ , ahol  $\Pi' = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G \cup D)$ , és  $\delta_A(D) \in \delta_A(F_\Pi)$  teljesül  $F_\Pi \cup \{D\} = F_{\Pi'}$ , akkor  $F$ -et bővíthetőnek (B) mondjuk.

## Definíció

$F$  két választókerület determinisztikus (2VD), ha bármely  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, 2, G)$ -re  $D \in F_\Pi$  és  $\delta_C(D) = 2$ -ből következik  $\delta_C(F_\Pi) = \{2\}$ , ahol  $C \in \{A, B\}$ .

## Definíció

$F$  **közömbös** (K), ha bármely  $\Pi$ -re  $D \in F_\Pi$ ,  $D' \in \mathcal{D}_\Pi$ ,  $\delta_A(D) = \delta_A(D')$  esetén  $D' \in F_\Pi$  is teljesül.

## Definíció

Ha  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re és az  $X$ -et particionáló  $D = \{g_1, \dots, g_t\} \notin \mathcal{D}_\Pi$ -re  $D \subseteq \mathcal{A}$ ,  $\mathcal{D}_\Pi \cup \{D\} = \mathcal{D}_{\Pi'}$ , ahol  $\Pi' = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G \cup D)$ , és  $\delta_A(D) \in \delta_A(F_\Pi)$  teljesül  $F_\Pi \cup \{D\} = F_{\Pi'}$ , akkor  $F$ -et **bővíthetőnek** (B) mondjuk.



## Definíció

Ha bármely olyan  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re és  $\Pi' = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G')$ -re, amelyekre  $\mathcal{D}_\Pi \cup \mathcal{D}_{\Pi'} = \mathcal{D}_{\Pi^*}$ , ahol  $\Pi^* = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G \cup G')$ , abból hogy  $D_1 \in F_\Pi$ ,  $D_2 \in \mathcal{D}_\Pi$ ,  $D_2 \notin F_\Pi$ ,  $D_2 \in F_{\Pi'}$ ,  $D_3 \in \mathcal{D}_{\Pi'}$  és  $D_3 \notin F_{\Pi'}$  teljesül

$$D_1 \in F_{\Pi^*} \text{ és } D_3 \notin F_{\Pi^*},$$

következik, akkor  $F$ -et **tranzitívnek** (T) mondjuk.

## Definíció

$F$  **konzisztens** (C) ha bármely  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re,  $D \in F_\Pi$ -re és  $D' \subseteq D$ -re  $Y = \cup_{d \in D'} d$  esetén

$$D|_Y = D' \in F_{\Pi|_Y} = F_{(Y, \mathcal{A}|_Y, \mu|_Y, \mu_A|_Y, \mu_B|_Y, \#D', G|_Y)}.$$

## Definíció

Ha bármely olyan  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re és  $\Pi' = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G')$ -re, amelyekre  $\mathcal{D}_\Pi \cup \mathcal{D}_{\Pi'} = \mathcal{D}_{\Pi^*}$ , ahol  $\Pi^* = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G \cup G')$ , abból hogy  $D_1 \in F_\Pi$ ,  $D_2 \in \mathcal{D}_\Pi$ ,  $D_2 \notin F_\Pi$ ,  $D_2 \in F_{\Pi'}$ ,  $D_3 \in \mathcal{D}_{\Pi'}$  és  $D_3 \notin F_{\Pi'}$  teljesül

$$D_1 \in F_{\Pi^*} \text{ és } D_3 \notin F_{\Pi^*},$$

következik, akkor  $F$ -et **tranzitívnek** (T) mondjuk.

## Definíció

$F$  **konzisztens** (C) ha bármely  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$ -re,  $D \in F_\Pi$ -re és  $D' \subseteq D$ -re  $Y = \cup_{d \in D'} d$  esetén

$$D|_Y = D' \in F_{\Pi|_Y} = F_{(Y, \mathcal{A}|_Y, \mu|_Y, \mu_A|_Y, \mu_B|_Y, \#D', G|_Y)}.$$

## Definíció

$F$  **semleges** ( $F$ ), ha bármely  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  és  $D \in F_{(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)}$  esetén  $D \in F_{(X, \mathcal{A}, \mu, \mu_B, \mu_A, t, G)}$ .

## Definíció

Az  $O^A$  **optimális eljárás** az  $A$  párt számára maximalizálja a nyerő választókerületek számát, azaz

$$O_{\Pi}^A = \arg \max_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} \delta_A(D).$$

$O^A$  sérti a semlegességet.

## Definíció

Az  $LE$  **legegyenlőbb eljárás** az alábbiak szerint adott

$$LE_{\Pi} = \arg \min_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} |\delta_A(D) - \delta_B(D)|.$$

$LE$  sérti a konzisztenciát.

## Definíció

Az  $O^A$  **optimális eljárás** az  $A$  párt számára maximalizálja a nyerő választókerületek számát, azaz

$$O_{\Pi}^A = \arg \max_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} \delta_A(D).$$

$O^A$  sérti a semlegességet.

## Definíció

Az  $LE$  **legegyenlőbb eljárás** az alábbiak szerint adott

$$LE_{\Pi} = \arg \min_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} |\delta_A(D) - \delta_B(D)|.$$

$LE$  sérti a konzisztenciát.

## Definíció

Az  $O^A$  **optimális eljárás** az  $A$  párt számára maximalizálja a nyerő választókerületek számát, azaz

$$O_{\Pi}^A = \arg \max_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} \delta_A(D).$$

$O^A$  sérti a semlegességet.

## Definíció

Az  $LE$  **legegyenlőbb eljárás** az alábbiak szerint adott

$$LE_{\Pi} = \arg \min_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} |\delta_A(D) - \delta_B(D)|.$$

$LE$  sérti a konzisztenciát.

## Definíció

Az  $O^A$  **optimális eljárás** az  $A$  párt számára maximalizálja a nyerő választókerületek számát, azaz

$$O_{\Pi}^A = \arg \max_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} \delta_A(D).$$

$O^A$  sérti a semlegességet.

## Definíció

Az  $LE$  **legegyenlőbb eljárás** az alábbiak szerint adott

$$LE_{\Pi} = \arg \min_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} |\delta_A(D) - \delta_B(D)|.$$

$LE$  sérti a konzisztenciát.

## Definíció

Az  $O^A$  **optimális eljárás** az  $A$  párt számára maximalizálja a nyerő választókerületek számát, azaz

$$O_{\Pi}^A = \arg \max_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} \delta_A(D).$$

$O^A$  sérti a semlegességet.

## Definíció

Az  $LE$  **legegyenlőbb eljárás** az alábbiak szerint adott

$$LE_{\Pi} = \arg \min_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} |\delta_A(D) - \delta_B(D)|.$$

$LE$  sérti a konzisztenciát.



## Definíció

Az  $O^A$  **optimális eljárás** az  $A$  párt számára maximalizálja a nyerő választókerületek számát, azaz

$$O_{\Pi}^A = \arg \max_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} \delta_A(D).$$

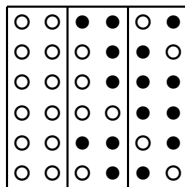
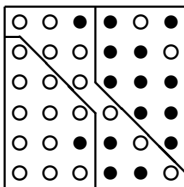
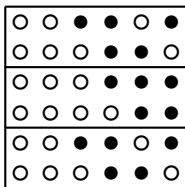
$O^A$  sérti a semlegességet.

## Definíció

Az  $LE$  **legegyenlőbb eljárás** az alábbiak szerint adott

$$LE_{\Pi} = \arg \min_{D \in \mathcal{D}_{\Pi}} |\delta_A(D) - \delta_B(D)|.$$

$LE$  sérti a konzisztenciát.



## Definíció

A  $\Pi = (X, \mathcal{A}, \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  probléma  $G$  földrajza **kapcsolt**, ha bármely két  $D, D' \in \mathcal{D}_\Pi$ -hez létezik olyan  $D_1, \dots, D_k$  szabdalási sorozat, hogy  $D = D_1$ ,  $D' = D_k$  és  $\#D_i \cap D_{i+1} = t - 2$  minden  $i = 1, \dots, k - 1$ -re.

# Egy kapcsolt földrajz

## Példa

$\Pi = (X, \mathcal{B}(X), \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  **reguláris**, ha

- $X$  korlátos és erősen összefüggő,
- $\mu, \mu_A$  and  $\mu_B$  abszolút folytonosak a Lebesgue mértékre nézve,
- $G$  az összes korlátos és erősen összefüggő  $\mathcal{B}(X)$ -beli halmazokból áll és
- létezik  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  sehol sem konstans folytonos függvény, melyre  $\mu_A(C) = \int_C f(\omega) d\mu(\omega)$  minden  $C \in \mathcal{B}(X)$ -re.

# Egy kapcsolt földrajz

## Példa

$\Pi = (X, \mathcal{B}(X), \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  **reguláris**, ha

- $X$  korlátos és erősen összefüggő,
- $\mu, \mu_A$  and  $\mu_B$  abszolút folytonosak a Lebesgue mértékre nézve,
- $G$  az összes korlátos és erősen összefüggő  $\mathcal{B}(X)$ -beli halmazokból áll és
- létezik  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  sehol sem konstans folytonos függvény, melyre  $\mu_A(C) = \int_C f(\omega) d\mu(\omega)$  minden  $C \in \mathcal{B}(X)$ -re.

# Egy kapcsolt földrajz

## Példa

$\Pi = (X, \mathcal{B}(X), \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  **reguláris**, ha

- $X$  korlátos és erősen összefüggő,
- $\mu, \mu_A$  and  $\mu_B$  abszolút folytonosak a Lebesgue mértékre nézve,
- $G$  az összes korlátos és erősen összefüggő  $\mathcal{B}(X)$ -beli halmazokból áll és
- létezik  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  sehol sem konstans folytonos függvény, melyre  $\mu_A(C) = \int_C f(\omega) d\mu(\omega)$  minden  $C \in \mathcal{B}(X)$ -re.

# Egy kapcsolt földrajz

## Példa

$\Pi = (X, \mathcal{B}(X), \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  **reguláris**, ha

- $X$  korlátos és erősen összefüggő,
- $\mu, \mu_A$  and  $\mu_B$  abszolút folytonosak a Lebesgue mértékre nézve,
- $G$  az összes korlátos és erősen összefüggő  $\mathcal{B}(X)$ -beli halmazokból áll és
- létezik  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  sehol sem konstans folytonos függvény, melyre  $\mu_A(C) = \int_C f(\omega) d\mu(\omega)$  minden  $C \in \mathcal{B}(X)$ -re.

# Egy kapcsolt földrajz

## Példa

$\Pi = (X, \mathcal{B}(X), \mu, \mu_A, \mu_B, t, G)$  **reguláris**, ha

- $X$  korlátos és erősen összefüggő,
- $\mu, \mu_A$  and  $\mu_B$  abszolút folytonosak a Lebesgue mértékre nézve,
- $G$  az összes korlátos és erősen összefüggő  $\mathcal{B}(X)$ -beli halmazokból áll és
- létezik  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  sehol sem konstans folytonos függvény, melyre  $\mu_A(C) = \int_C f(\omega) d\mu(\omega)$  minden  $C \in \mathcal{B}(X)$ -re.

## Tétel

*Az egyedüli  $F$  eljárás, amely teljesíti 2VD-t, K-t, B-t, C-t és T-t kapcsolt földrajzokon az optimális eljárás.*

## Tétel

*Kapcsolt földrajzokon nem létezik olyan 2VD-t, K-t, B-t, C-t, T-t és S-t kielégítő  $F$  eljárás.*



## Tétel

*Az egyedüli  $F$  eljárás, amely teljesíti 2VD-t, K-t, B-t, C-t és T-t kapcsolt földrajzokon az optimális eljárás.*

## Tétel

*Kapcsolt földrajzokon nem létezik olyan 2VD-t, K-t, B-t, C-t, T-t és S-t kielégítő  $F$  eljárás.*

- Legegyenlőbb és legarányosabb eljárások lehetséges karakterizációi?
- További érdekes kapcsolt földrajzok?

- Legegyszerűbb és legarányosabb eljárások lehetséges karakterizációi?
- További érdekes kapcsolt földrajzok?