

Hogyan kell(ene) rangsorolni a csapatokat egy koronavírus miatt nem folytatható bajnokságban?

Csató László

laszlo.csato@uni-corvinus.hu

<https://sites.google.com/view/laszlocsato>

Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet (SZTAKI)
Mérnöki és Üzleti Intelligencia Kutatólaboratórium
Operációkutatás és Döntési Rendszerek Kutatócsoport

Budapesti Corvinus Egyetem (BCE)
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

XVI. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencia

Pécs, MTA PAB székház
2020. október 2.

Bevezetés

Koronavírus és sport

- ▶ Lényegében minden sportbajnokság félbeszakadt a 2019/20-as szezonban és sokat nem is fejezték be
- ▶ 2020. április 9.: törlik a magyar kézilabda bajnokságot
- ▶ 2020. április 21.: törlik a német kézilabda bajnokságot (Bundesliga)
- ▶ 2020. április 25.: törlik a holland labdarúgó bajnokságot (Eredivisie)
- ▶ 2020. április 28.: a francia miniszterelnök személyesen jelenti be, hogy szeptemberig nem rendeznek sporteseményeket

Mi legyen az eredmény?

- ▶ Szabályok nem térnek ki erre az eshetőségre, nincs egységes megoldás
- ▶ Eredmények törlése?
- ▶ Jelenlegi állás befagyasztása?
- ▶ **Szükség lenne egy igazságos döntésre!**

Lehetőségek a rangsorolásra

Mi történt a valóságban?

- ▶ Magyar kézilabda: összes eredmény törlése, nemzetközi kupákban a 2018/19-es szezon alapján lehet indulni (Siófok vs. Ferencváros)
- ▶ Német kézilabda: rangsor a kvóciens szabály alapján, az egy mérkőzésen szerzett pontok száma, majd a gólkülönbség dönt (Rhein-Neckar Löwen vs. Füchse Berlin) + kieső nincs, két csapat feljutott
- ▶ Holland labdarúgás (Eredivisie): szezon törlése; bajnok, kieső, feljutó nincs + nemzetközi kupákban indulás az aktuális állás alapján (Ajax vs. AZ Alkmaar, azonos pontszámmal, előbbinek jobb a gólaránya)
- ▶ Francia labdarúgás (Ligue 1): alapvetően kvóciens szabály, holtversenyek önkényes és változatos feloldása

Saját javaslat

- ▶ Axiomatikus megközelítés
- ▶ Őrizzük meg az eredeti rangsorolási módszer tulajdonságait

Axiómák

- 1** *Függetlenség az irreleváns mérkőzésektől:* két tetszőleges csapat sorrendjére nincs hatással a többi csapat egymás közötti mérkőzéseinek eredménye
- 2** *Önkonzisztencia:* egy nem rosszabb ellenfelek ellen nem rosszabb eredményeket elérő csapat nem lehet hátrébb a rangsorban
- 3** *Körbeverés invariancia:* a rangsort nem befolyásolja az eredmények megváltoztatása egy körbeverésben
- 4** *Függetlenség a mérkőzések helyszínétől:* a rangsort nem befolyásolja a mérkőzések helyszíne
- 5** *Konzisztencia:* a lejátszott mérkőzések számának növekedésével a rangsor a pontszámból adódóhoz tart, és azzal azonos, ha befejeződött a bajnokság

Az irreleváns mérkőzésektől való függetlenség és az önkonzisztencia egyszerre nem teljesíthető, amíg nem játszották le az összes mérkőzést.

Általánosított sorösszeg / Legkisebb négyzetek I.

Input

- ▶ \mathbf{p} pontszámvektor: p_i az i csapat pontjainak száma
- ▶ \mathbf{M} mérkőzésmátrix: m_{ij} az i és j csapatok egymás ellen játszott mérkőzéseinek száma

Jelölések

- ▶ Legyen \mathbf{s} a kvóciensek nullára normalizált vektora (kvóciens és az átlagos kvóciens különbsége): $s_i = p_i / \sum_k m_{ik} - \sum_j (p_j / \sum_k m_{jk}) / n$
- ▶ Belátható, hogy $s_i = s_j$, amennyiben $p_i = p_j$ és $\sum_k m_{ik} = \sum_k m_{jk}$, azaz a két csapat azonos számú mérkőzésen ugyanannyi pontot szerzett
- ▶ Legyen $\mathbf{L} = [\ell_{ij}]$ a mérkőzésgráf Laplace mátrixa: $\ell_{ii} = \sum_k m_{ik}$ (az i csapat mérkőzéseinek száma) és $\ell_{ij} = -m_{ij}$ minden $i \neq j$ -re
- ▶ $\mathbf{I} = [I_{ij}]$ az n dimenziós egységmátrix: $I_{ii} = 1$ és $I_{ij} = 0$ minden $i \neq j$ -re

Az általánosított sorösszeg módszer

Az $[\mathbf{I} + \varepsilon \mathbf{L}] \mathbf{x}(\varepsilon) = \mathbf{s}$ parametrikus egyenletrendszer egyértelmű megoldása

Általánosított sorösszeg / Legkisebb négyzetek II.

Legkisebb négyzetek

- ▶ Az $\mathbf{Lq} = \mathbf{s}$ és $\sum_i q_i = 0$ egyenletrendszer megoldása
- ▶ Egyértelmű, ha bármely két i, j csapat legalább közvetlenül összehasonlítható (természetes elvárás)
- ▶ Azonos az általánosított sorösszeg módszer rangsorával, ha $\varepsilon \rightarrow \infty$
- ▶ Iteratív felbontás:

Ha r az egy csapat által játszott mérkőzések maximuma, akkor

$$\mathbf{q}^{(0)} = (1/r)\mathbf{s}$$

$$\mathbf{q}^{(k)} = \mathbf{q}^{(k-1)} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{r} (r\mathbf{I} - \mathbf{L}) \right]^k \mathbf{s} \quad \text{minden } k \geq 1\text{-re}$$

Miért jó az általánosított sorösszeg / legkisebb négyzetek?

Ezek a módszerek teljesítik a következő négy axiómát: önkonzisztencia, körbeverés invariancia, függetlenség a mérkőzések helyszínétől, konzisztencia.

Alkalmazás: francia Ligue 1, 2019/20-as szezon

	Csapat	Gólk.	Pont	Kvóciens	Általánosított sorösszeg		
					$\varepsilon = 0.001$	$\varepsilon = 0.1$	$\varepsilon \rightarrow \infty$
1	PSG	+51	68	2.52	1	1	1
2	Marseille	+12	56	2.00	2	2	2
3	Rennes	+14	50	1.79	3	3	4
4	Lille	+8	49	1.75	4	4	3
5	Nice	+3	41	1.46	6	6	8
6	Reims	+5	41	1.46	5	5	5
7	Lyon	+15	40	1.43	9	9	9
8	Montpellier	+1	40	1.43	7	7	6

- ▶ 28 fordulót játszottak le a Strasbourg vs. PSG mérkőzés kivételével
- ▶ 1–3. BL csoportkör, 4–5. EL csoportkör, 6. EL második selejtezőkör
- ▶ Nice vs. Reims: 2-0; Reims vs. Nice: 1-1 (**Eredetileg gólkülönbség!**)
- ▶ Rennes (Lille) hátralevő 10 ellenfele 381 (347) pontot szerzett

Összegzés

A javasolt megközelítés előnyei

- ▶ Kedvező axiomatikus tulajdonságok
- ▶ Rekurzív formula, többnyire elég egyetlen iteráció (ellenfelek ereje)
- ▶ Nagyon ritkán van szükség külön holtversenyt eldöntő szabályokra

Ajánlásaink

- 1 Legkisebb négyzetek módszere ($\varepsilon \rightarrow \infty$)
- 2 Általánosított sorösszeg $\varepsilon \rightarrow 0$ mellett
- 3 Kvóciens szabály + gólkülönbség + több rúgott gól
- 4 Megszerzett pontok száma + kevesebb lejátszott mérkőzés + gólk.

Az utolsó kettő kedvez a gyengébb ellenfelekkel játszó csapatoknak.

Fő üzenetek

- ▶ A félbeszakadt bajnokságok aktuális állása jó kiindulópont
- ▶ **Egyértelmű szabályokra van szükség!**

Sollen wir aus der Geschichte lernen, so müssen wir die Dinge, welche sich wirklich zugetragen haben, doch auch für die Folge als möglich ansehen

Ha tanulni akarunk a történelemből, akkor a megtörtént dolgokat olyanoknak kell tekintenünk, amelyek a jövőben is megeshetnek.

(Carl von Clausewitz: *A háborúról*)

Köszönöm szépen a figyelmet!