# Tenisz örökranglisták páros összehasonlítás mátrixszal

Csató László

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtani Doktori Iskola
Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

Email: laszlo.csato@uni-corvinus.hu

XII. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencia
Budapest, 2012. június 4.

# Vázlat

ÚJ SZÉCHENYI TERV

- Probléma, motiváció

- Módszertani háttér: nem teljesen kitöltött páros összehasonlítás mátrix

- Alkalmazás

- Eredmények, összefoglalás

Temesi József – Csató László – Bozóki Sándor [2012]: Mai és régi idők tenisze – A nem teljesen kitöltött páros összehasonlítás mátrixok egy alkalmazása

# Ki volt minden idők legjobb teniszjátékosa?



- ATP világranglista 1973. augusztus 23. óta
- ,,Pontgyűjtő'' rendszer, 1987-től hetente
- Nem számít az ellenfél, csak az elért eredmény
- 52 hetes ciklus
- Alkalmatlan az időbeli összehasonlításra
- Örökrangsorok: szerény matematikai megalapozottság



TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

# Megoldási lehetőségek

**Különböző mutatók készítése:**

- Mennyi ideig vezette a világranglistát?
- Milyen tornákon nyert?

Cél: legjobbak összehasonlítása egymás elleni eredményeik alapján

**Jelentőség:**

- Alkalmazott módszerek mélyebb megértése
- Nagy népszerűség

# Páros összehasonlítás mátrix (Saaty, 1980)

| | $A_1$ | $A_2$ | … | $A_n$ | w |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | $a_{11} = 1$ | $a_{12}$ | … | $a_{1n}$ | $w_1$ |
| $A_2$ | $a_{21}$ | $a_{22} = 1$ | … | $a_{2n}$ | $w_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | … | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $A_n$ | $a_{n1}$ | $a_{n2}$ | … | $a_{nn} = 1$ | $w_n$ |

Valós n×n-es pozitív mátrix: $a_{ij} > 0$

- Reciprocitás: $a_{ji} = 1 / a_{ij}$

# Optimális súlyvektor számítása

Optimális súlyvektor: $\mathbf{w} > \mathbf{0}$, $a_{ij} \approx w_i / w_j$
Csak a súlyarányok számítanak, normalizálás: $\sum_i w_i = 1$

**Konzisztens mátrix**: $a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk}$ minden i,j,k indexre
Ekkor a megoldás triviális: $w_i / w_j = a_{ij}$

**Logaritmikus legkisebb négyzetek módszere (LLSM)**

$$\text{Min} \sum_i \sum_j [\log(a_{ij}) - \log(w_i / w_j)]^2$$

- Sorelemek mértani közepe
- Csak az eredmény számít, az ellenfél nem

TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

# Nem teljesen kitöltött páros össze-hasonlítás mátrix (Harker, 1987)

ÚJ SZÉCHENYI TERV

$$
A = \begin{pmatrix}
a_{11} = 1 & * & a_{13} & a_{14} \\
* & a_{22} = 1 & a_{23} & * \\
a_{31} = 1 / a_{13} & a_{32} = 1 / a_{23} & a_{33} = 1 & a_{34} \\
a_{41} = 1 / a_{14} & * & a_{43} = 1 / a_{34} & a_{44} = 1
\end{pmatrix}
$$

Néhány hiányzó elem a fődiagonálison kívül (*)

Gráf reprezentáció: $a_{ij}$ ismert = irányítatlan él

# LLSM: nem teljesen kitöltött eset (Bozóki – Fülöp – Rónyai, 2010)



- Célfüggvényben csak az ismert elemek szerepelnek
- Megoldás egyértelmű akkor és csak akkor, ha a mátrixhoz tartozó gráf összefüggő
- Optimális megoldás egy lineáris egyenletrendszerből számítható, majd az értékek alapján felállítható a rangsor
- Lehetséges a célfüggvényben szereplő elemek súlyozása

# Adatrendszer



Összesen 34 játékos

ATP világranglista vezetők 1974. július 29. óta (23)

2360 mérkőzés:

- Győztes
- Szettarány
- Év
- Torna, ezen belüli jelentőség (round)
- Talaj (surface)

Számos elemzési lehetőség

# Módszertani kihívások

Nem teljesen kitöltött mátrix (561 elemből max. 322 ismert)

Korábbi alkalmazás: sakk csapatversenyek

Nehézségek:

- Gráf csúcsainak fokszáma különböző
- Egymás elleni eredmény több értéket vehet fel
- Súlyozás lehetősége

Hányadosok vizsgálata – nullával osztás korrekciója:

a) 5-önként felfelé kerekítés (2:0 = 5:0 = 5:1)

b) 2-t hozzáadva (2:0 = 4:1)

# Alkalmazott módszerek

ÚJ SZÉCHENYI TERV

6 módszer:

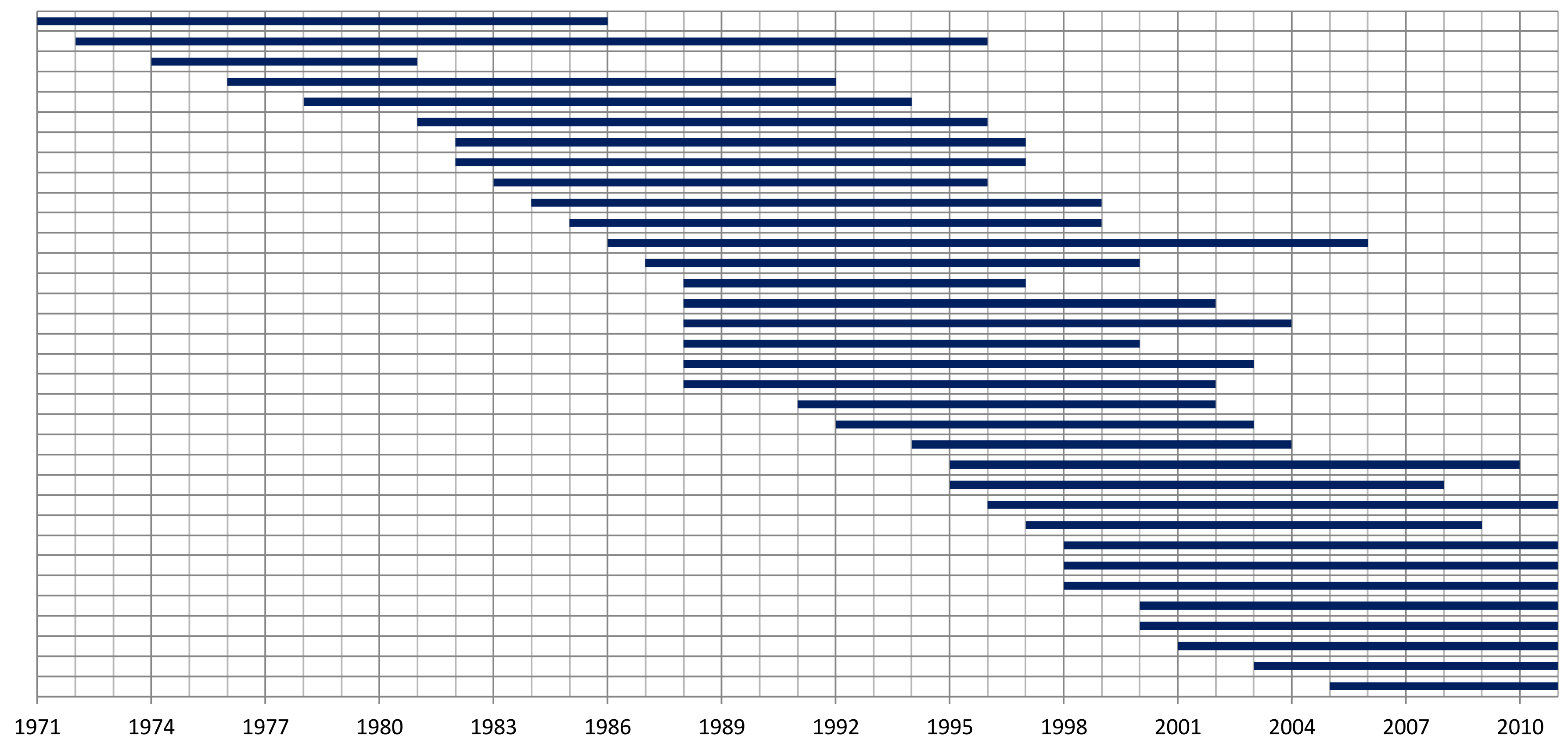
- LLSM1 – összes mérkőzés, a) korrekció (322)
- LLSM2 – legalább 5 mérkőzés, a) korrekció (188)
- LLSM3 – szettarány, nulla elhagyva (279)
- LLSM4 – összes mérkőzés, b) korrekció (322)
- LLSM5 – legalább 5 mérkőzés, b) korrekció (188)
- LLSM6 – szettarány, b) korrekció (322)

Súlyozás:

- Egymás elleni mérkőzések száma: 2 / 1 vs. 10 / 5
- Kitevő: aktuális / maximális mérkőzésszám
- Agassi-Becker: 10 / 4 helyett (10/4)^(14/36) ≈ 1,43

# Játékosok aktív pályafutása

ÚJ SZÉCHENYI TERV



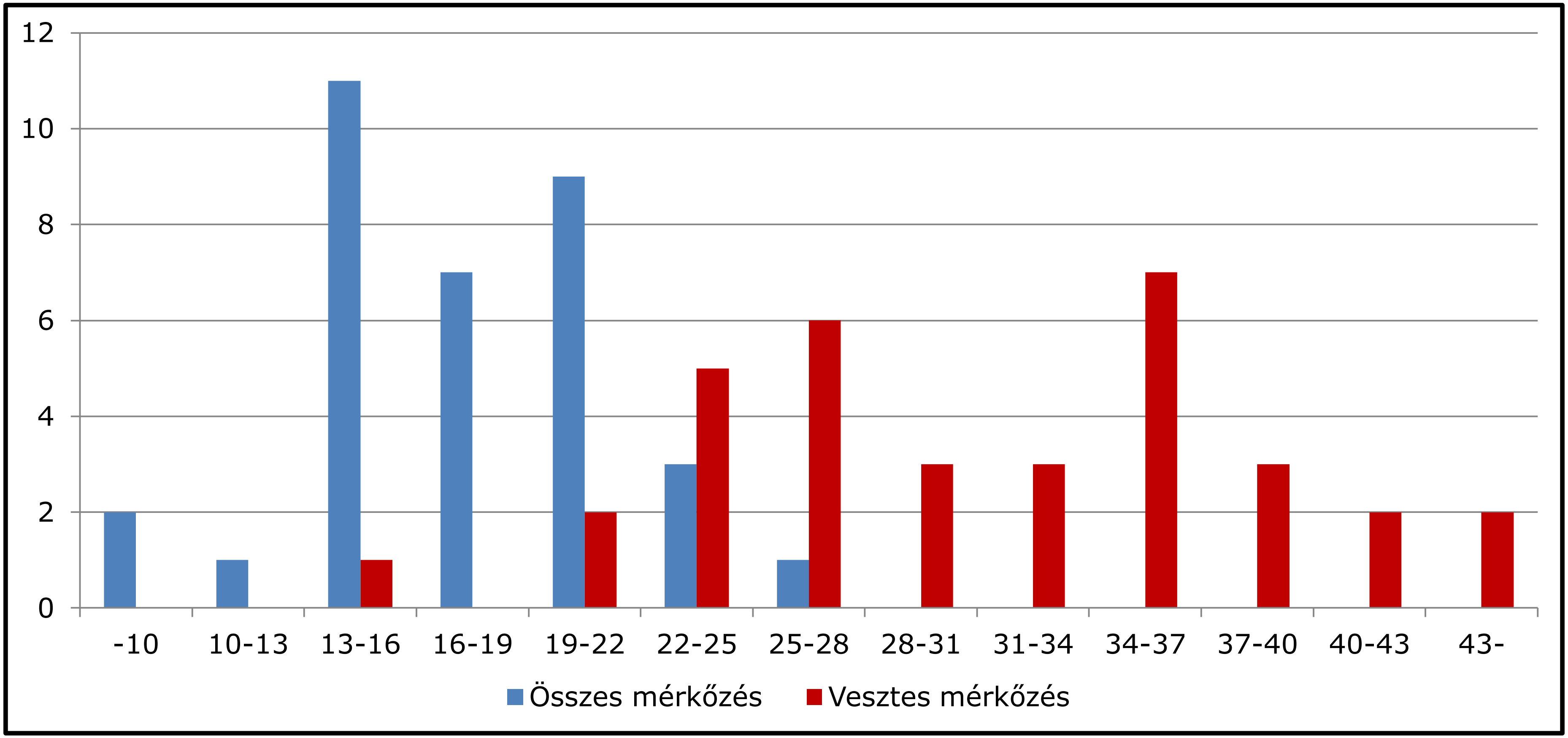

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

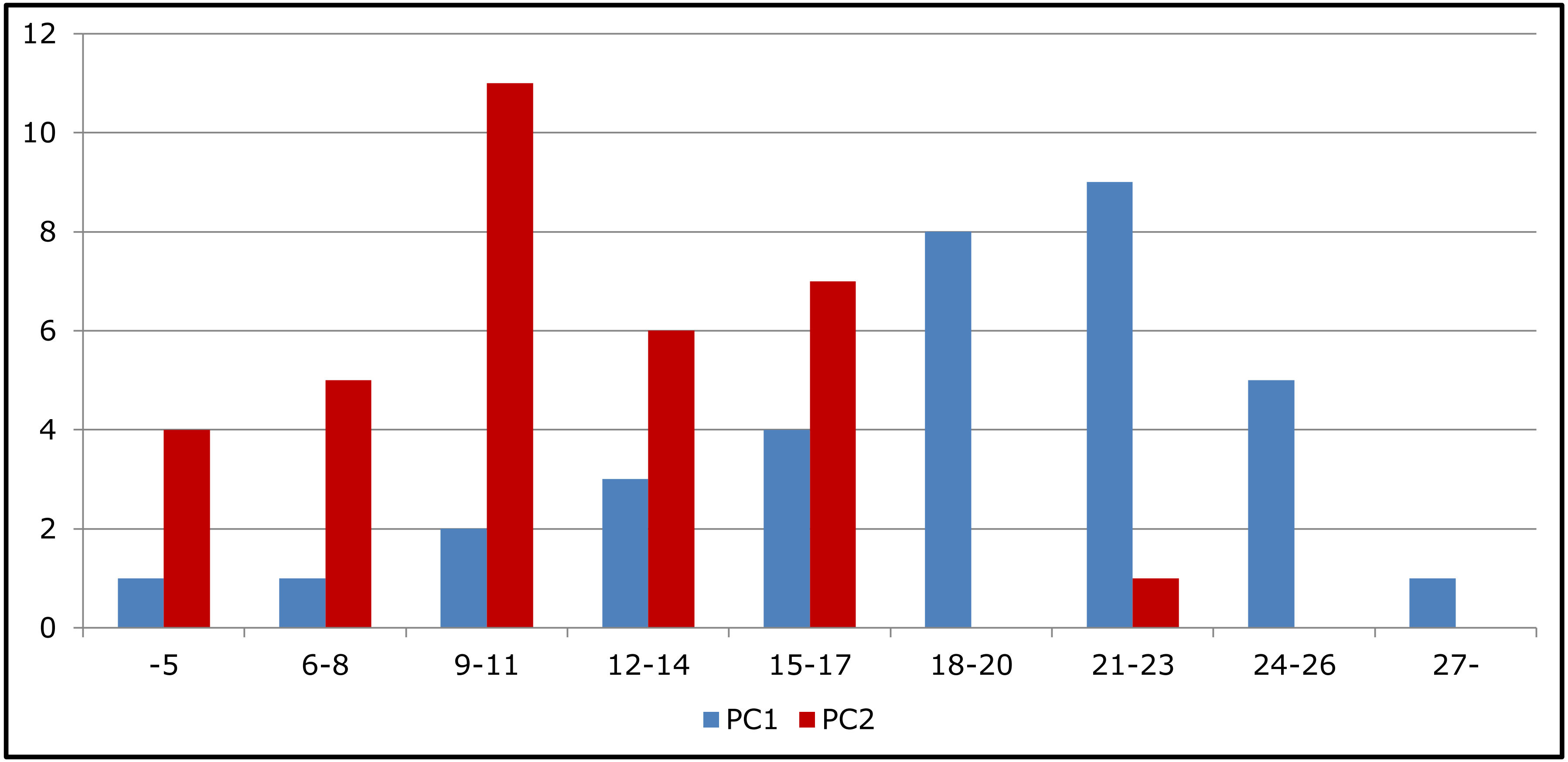
A projektek az Európai Unió támogatásával valósulnak meg.

# Kiválasztott mérkőzések jelentősége (összes %-ában)




TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

# Fokszámok eloszlása




TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

# Eredmények

ÚJ SZÉCHENYI TERV

- ✓ Nullák korrekciójának nincs hatása (1-4, 2-5)
- ✓ LLSM1 és 2 rangsorok erősen különböznek
- ✓ LLSM3 közelebb van az 1-hez, mint a 2-höz
- ✓ Véletlen mintavétel (kettébontás)
- ✓ Érzékenységvizsgálat:
  34 helyett csak 23 – jelentős különbség (0,9 körüli rangkorrelációk)

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projektek az Európai Unió támogatásával valósulnak meg.

# Élmezőny (12 játékos 23-ból)

| | LLSM1 | | LLSM3 | | WLLSM1 | | WLLSM3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | csak 23 | 34-ből 23 | csak 23 | 34-ből 23 | csak 23 | 34-ből 23 | csak 23 | 34-ből 23 |
| **Federer, Roger** | 2 | 3 | 2 | 2 | **1** | 2 | 2 | 3 |
| **Nadal, Rafael** | 1 | 1 | 1 | 1 | **2** | 3 | 1 | 2 |
| **Sampras, Pete** | 3 | 5 | 3 | 5 | **3** | 4 | 3 | 4 |
| **Borg, Bjorn** | 4 | 2 | 7 | 3 | **4** | 1 | 4 | 1 |
| **Lendl, Ivan** | 9 | 11 | 10 | 9 | **5** | 6 | 5 | 5 |
| **Becker, Boris** | 5 | 4 | 6 | 6 | **6** | 5 | 6 | 6 |
| **Agassi, Andre** | 8 | 6 | 9 | 7 | **7** | 7 | 7 | 7 |
| **Hewitt, Lleyton** | 7 | 10 | 4 | 8 | **8** | 8 | 8 | 9 |
| **Kuerten, Gustavo** | 15 | 16 | 16 | 14 | **9** | 9 | 10 | 10 |
| **Djokovic, Novak** | 10 | 8 | 5 | 4 | **10** | 10 | 9 | 8 |
| **Safin, Marat** | 11 | 7 | 15 | 15 | **11** | 12 | 13 | 16 |
| **Ferrero, Juan Carlos** | 14 | 14 | 13 | 10 | **12** | 16 | 12 | 13 |

**TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023**

A projektek az Európai Unió támogatásával valósulnak meg.

# Összefoglalás



**Következtetések:**

- Új módszer teniszjátékosok összehasonlítására
- Figyelembe veszi az ellenfeleket
- Viszonylag egyszerű számítás
- Fontos a helyes transzformáció megtalálása
- Stabilitás problémás
- Súlyozás haszna

**Kutatási irányok:**

- A módszer további tulajdonságai
- Alkalmazás tökéletesítése

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM
TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023
MAGYARORSZÁG MEGÚJUL
A projektek az Európai Unió támogatásával valósulnak meg.

ÚJ SZÉCHENYI TERV

# Köszönöm a figyelmet!

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0023

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projektek az Európai Unió támogatásával valósulnak meg.