KDI

Többváltozós egyenlőtlenség és szegénység

egy új mérési és dekompozíciós módszertan

Hajdu Ottó

BCE KTK , Statisztika Tanszék
BME GTK, Pénzügyek Tanszék

XII. Gazdaságmodellezési Szakértői Konferencia
Budatétény, 2012. június 4.

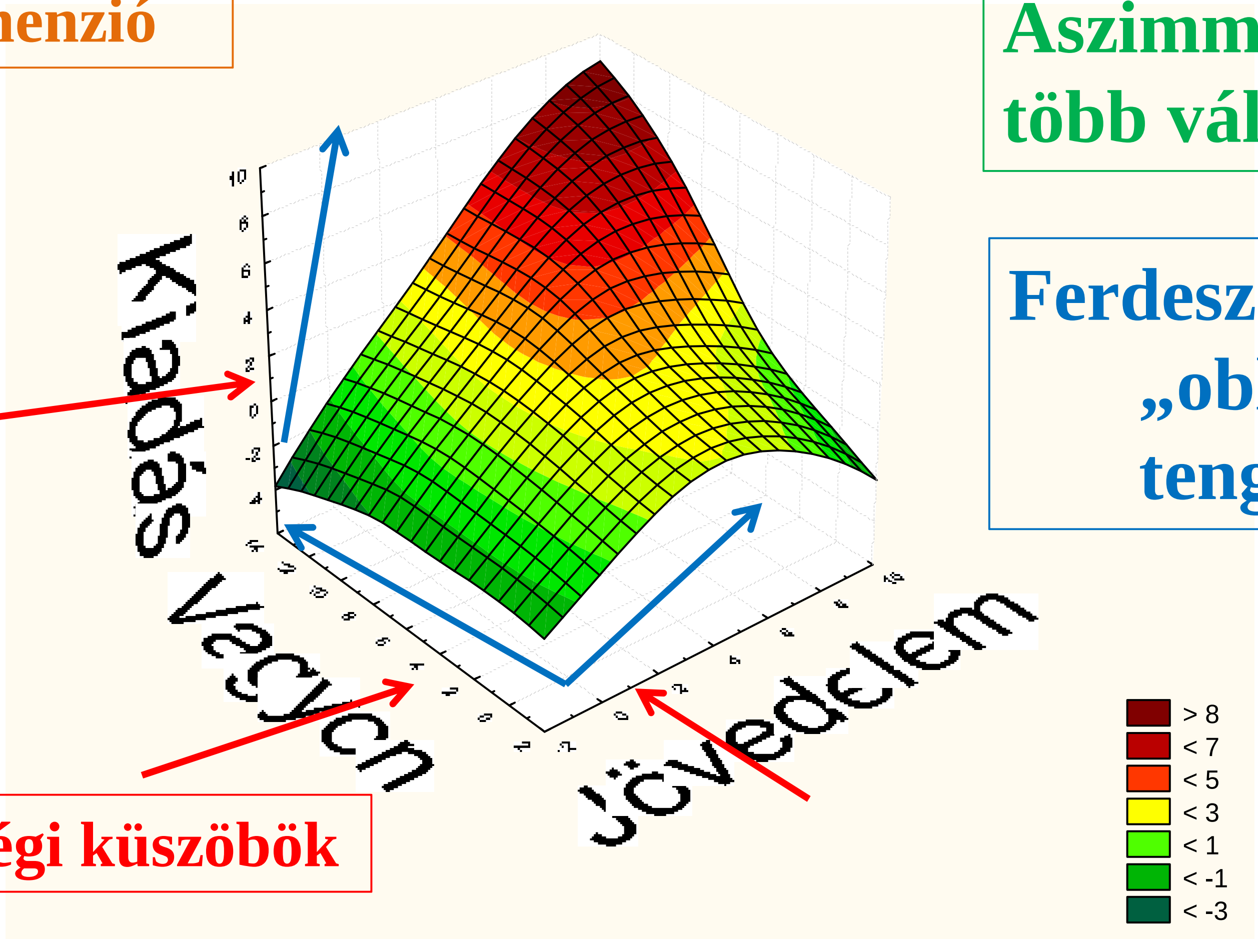
Feladat: az egyenlőtlenség és a szegénység

többváltozós, többdimenziós, „oblique” kompozit mérése

Több dimenzió

Aszimmetria: több változó

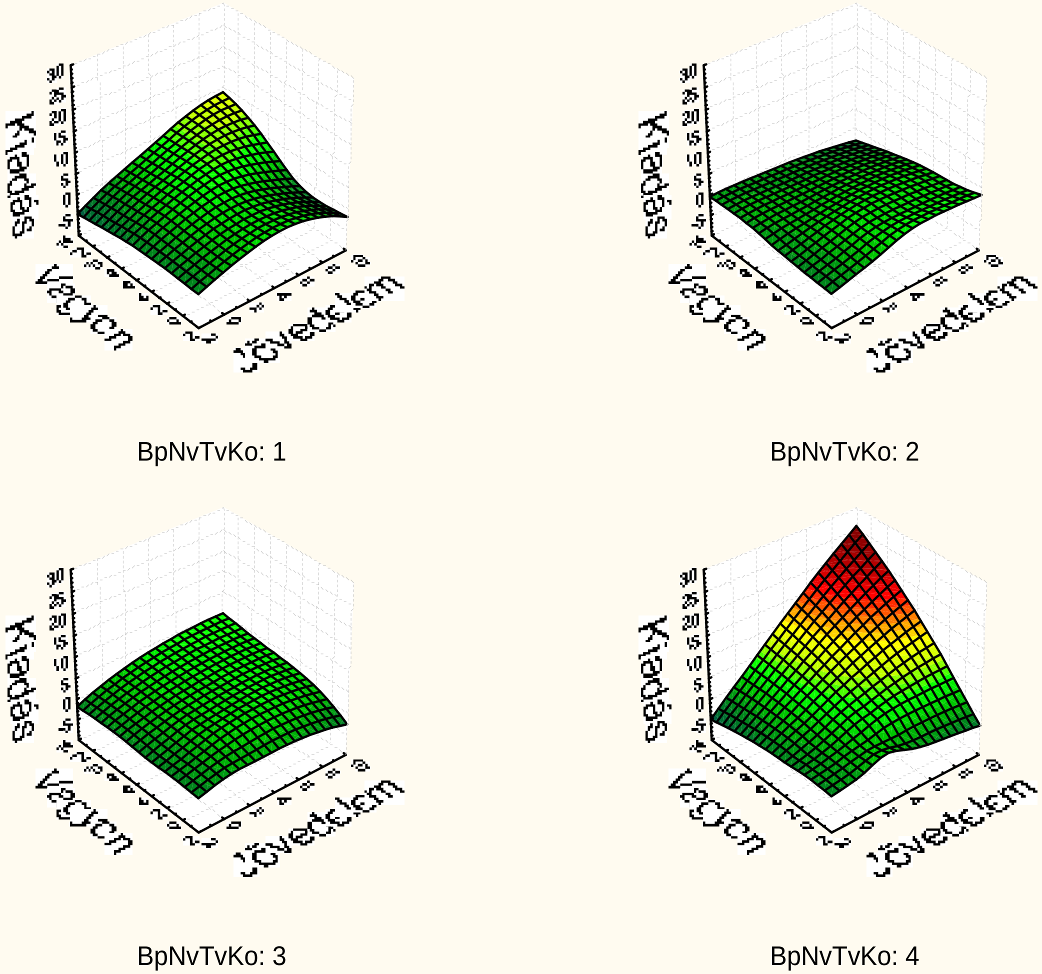
Ferdeszögű, „oblique” tengelyek

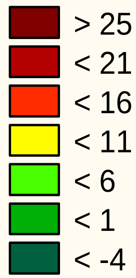


Szegénységi küszöbök

Cél: Csoporthatások diszkriminálása

Budapest, Nagyváros, Többi város, Községek





Kérdések:

Külső–belső
variancia arány?

Kategória arány
a belső varianciában?

Egydimenziós GE_{ntropy} eszközök

Az i=1,2,…,n tagú társadalom ***Jövedelmi*** eloszlása

$$Y = Y_1, Y_2, \ldots, Y_i, \ldots, Y_n$$

ami az átlagos jövedelem viszonylatában

$$\begin{array}{ll} relatív\_jövedelem: & r_i = Y_i / \bar{Y}, \\ \log\_hozam: & D_i = \ln(r_i) = \ln(Y_i) - \ln(\bar{Y}) \end{array}$$

A $GE(alfa)$ ***általánosított entrópia*** egyenlőtlenség két esete

$$GE(1) = \underbrace{\overline{rD}}_{0.18827} \quad és \quad GE(0) = \underbrace{-\bar{D}}_{0.28458}$$

Az *1d×2v* „Theil” kovariancia mátrix

A ***Jövedelem*** egydimenziós esete:

$$\mathbf{C}_{Theil} = \begin{array}{c|cc} Változó & r & D \\ \hline r & V_Y^2 & GE(1)+GE(0) \\ D & GE(1)+GE(0) & Var_{\ln Y} \end{array}$$

A ***Theil Generalized Variance*** *egyenlőtlenség*:

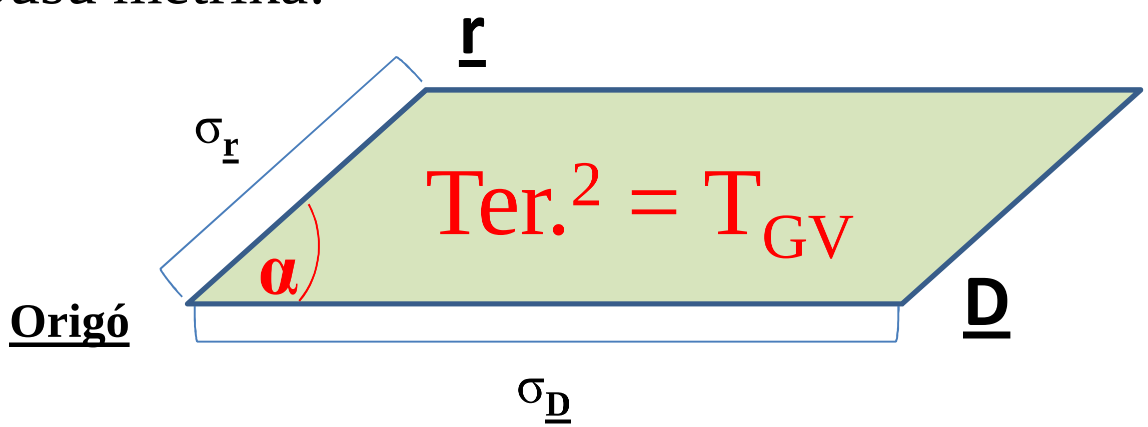
$$T_{GV} = \det\left(\mathbf{C}_T\right)$$

Normalizálás, pseudo R2:

$$0 \le \underbrace{Var_r Var_D - Cov_{r,D}^2}_{T_{GV}} \le Var_r Var_D \quad \Rightarrow \quad R^2 = 1 - \frac{Cov_{Theil}^2}{Var_r Var_D}$$

A „Theil” variancia csoportközi felbontása

Mahalanobis típusú metrika:



A Theil mátrix *külső-belső* dekompozíciója:

$$\mathbf{C}_{Theil} = \mathbf{C}_{Between} + \mathbf{C}_{Within} \Rightarrow \quad Wilks = \det \mathbf{C}_{Within} \,/ \det \mathbf{C}_{Theil}$$

Homogenitásvizsgálat:

$$H_0 : \mathbf{C}_{Bp} = \mathbf{C}_{Nv} = \mathbf{C}_{Tv} = \mathbf{C}_{Kö} \quad \Rightarrow \quad Box - M = \sum_{group} \ln \frac{\det \mathbf{C}_W}{\det \mathbf{C}_g}$$

1d×2v modell példa: Y={1,2,3,...,98,99,100}

A <u>Jövedelem</u> ***1D – 2V*** esete:

$$\mathbf{C}_{Theil} = \begin{array}{c|cc} Változó & r & D \\ \hline r & 0.32673 & 0.47285 \\ D & 0.47285 & 0.85267 \end{array}$$

a „Theil” Variancia:

$$T_{GV} = \underbrace{0.32673 \cdot 0.85267}_{főátló} - \underbrace{0.47285^2}_{mellékátló} = \boxed{0.05501}$$

Normalizálás:

$$R^2_{GV} = \frac{0.05501}{0.32673 \cdot 0.85267} \approx \underline{20\%}$$

Szegénységi küszöb 30:

$$Wilks = \frac{Belső: 0.12087 \cdot 0.28708 - 0.13163^2}{0.05501} = \boxed{31.6\%}$$

A *3d×6v* „Theil" kovariancia mátrix

Dimenziók: *jövedelem, kiadás, vagyon*:

- a *relatív jövedelmek:* $j = r_{jövedelem}$, $k = r_{kiadás}$, $v = r_{vagyon}$,
- a *log*-hozamok: $J = D_{jövedelem}$, $K = D_{kiadás}$, $V = D_{vagyon}$

$$\mathbf{C}_{T_{(2p,2p)}} = \begin{array}{c|cccccc} \textit{Változó} & j & k & v & J & K & V \\ \hline j & C_{jj} & C_{jk} & C_{jv} & C_{jJ} & C_{jK} & C_{jV} \\ k & C_{kj} & C_{kk} & C_{kv} & C_{kJ} & C_{kK} & C_{kV} \\ v & C_{vj} & C_{vk} & C_{vv} & C_{vJ} & C_{vK} & C_{vV} \\ J & C_{Jj} & C_{Jk} & C_{Jv} & C_{JJ} & C_{JK} & C_{JV} \\ K & C_{Kj} & C_{Kk} & C_{Kv} & C_{KJ} & C_{KK} & C_{KV} \\ V & C_{Vj} & C_{Vk} & C_{Vv} & C_{VJ} & C_{VK} & C_{VV} \end{array}$$

A Theil variancia:

$$T_{GV} = \det\left(\mathbf{C}_{T_{(2p,2p)}}\right)$$

Normálás:
a főátlószorzat
bázisában

$$T_{GV} = \det\left(\mathbf{C}_{T_{(6,6)}}\right) = 0.0000198526 \Rightarrow Wilks' = 0.8608$$

Cenzorálás a küszöbnél

„a Takayama – elv”

$$Z^{censored}_{Jövedelem} = \min\left\{ \underline{Jövedelem}, Küszöb \right\}$$

$$\mathbf{Z} = [\ 1, 2, \ldots ,29, 30 \mid 30, 30, \ldots , 30\ ]$$

Az általánosított szegénység:

$$T^{c}_{GV} = 0.004257 \Rightarrow R^{2}_{Pov} = 10.9\%$$

Dimenzióbővítés:

$$Z^{censored}_{Kiadás} = \min\left\{ \underline{Kiadás}, Küszöb \right\}$$

$$Z^{censored}_{Vagyon} = \min\left\{ \underline{Vagyon}, Küszöb \right\}$$

A szegénység *belső-külső* cenzorált mérése

A Wilks' „Income Gap Ratio"

$$\mathbf{C}^{c}_{Within} = 0.3 \times \mathbf{C}^{c}_{Szegény} + 0.7 \times \mathbf{0}^{c}_{Nemszegény}$$

$$\det\left(\mathbf{C}^{c}_{Within}\right) = 0.001092 \Rightarrow R^{2}_{Within} = 15.2\%$$

Hipotézis:

$$R^{2}_{Pov} = R^{2}_{Within} \cdot IG_{Wilks}$$

Implicít rés: $IG = 10.9/15.2 \approx 72\%$